Enrico Borghi

L'EFFETTO FOTOELETTRICO

Richiami a studi presenti in "fisicarivisitata"

Leggendo "L'effetto fotoelettrico" si incontrano richiami ai seguenti studi

(a) Lo spettro del corpo nero: teoria di Planck
(b) Lo spettro del corpo nero secondo la Meccanica statistica

che fanno parte di "fisicarivisitata" e che devono essere ben noti a chi si interessa all'effetto fotoelettrico seguendo la presentazione che di questo argomento viene data in questo studio.

L'*effetto fotoelettrico* è quel fenomeno scoperto da Hertz (Heinrich Rudolf Hertz, 1887) per cui la superficie di certi metalli, investita da una radiazione di frequenza abbastanza elevata, emette elettroni.
Più precisamente Hertz osservò che la superficie dei metalli alcalini (ad es.: litio, potassio, cesio, ...) investita in alto vuoto da radiazione elettromagnetica visibile, emette elettroni, assumendo così una carica positiva che, opportunamente rimossa, può dare origine a una corrente elettrica misurabile.
Le modalità con cui questo fenomeno si manifesta sono le seguenti:
a) l'emissione ha luogo solo se la frequenza della radiazione incidente supera un certo valore ν_0 caratteristico di ogni singolo metallo (soglia fotoelettrica);
b) gli elettroni escono dal metallo con diverse velocità. La loro energia cinetica $\mathcal{T}$ si misura mediante un dispositivo del tipo illustrato in fig. 1

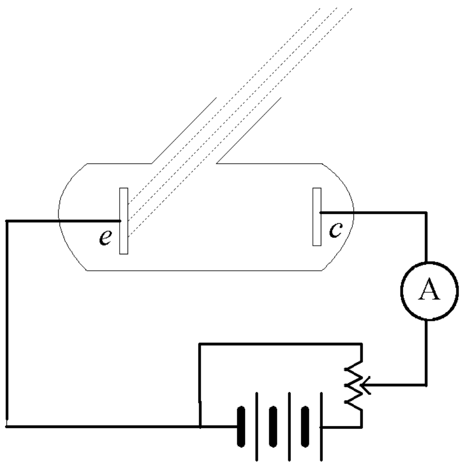

fig. 1

dove e è l'emettitore di elettroni su cui incide un fascio luminoso e c è un collettore mantenuto a un potenziale $\mathcal{V}$ tale da creare un controcampo che solo gli elettroni dotati di energia cinetica

$$\mathcal{T} = \frac{1}{2} m_0 \mathcal{U}^2 \geq e\mathcal{V} \quad ; \quad e = carica\ dell'elettrone$$

riescono a superare, fluendo poi attraverso l'amperometro A.
Aumentando il controcampo fino a portarlo a un valore di poco inferiore a quello per cui cessa la corrente, si può considerare questa come costituita solo dagli elettroni che escono con la massima energia cinetica $\mathcal{T} = e\mathcal{V}$. Ebbene si constata che tale energia cinetica massima è una funzione lineare della *frequenza* ν della luce che incide su e, ed è del tutto indipendente dalla *intensità* di questa. Si trova infatti che

$$\mathcal{T} = h(\nu - \nu_0) \tag{1}$$

dove h è una costante uguale per tutti i metalli il cui valore, sperimentalmente calcolato, risulta essere $6{,}626 \cdot 10^{-27}$ ergsec.
Si tratta quindi della costante di Planck (v. studio (a)).
c) il numero degli elettroni emessi per unità di superficie e per secondo è proporzionale all'intensità dell'illuminazione, la quale invece, come si è detto, non ha alcuna influenza sull'energia cinetica degli elettroni.

* * *

Non vi è alcun modo di manipolare le equazioni dell'elettromagnetismo maxwelliano in modo che rendano conto di questi risultati, che pure sono così semplici e chiari.

Infatti, fissata la frequenza di una certa radiazione, ci aspetteremmo che l'energia assorbita dagli elettroni sia una funzione crescente dell'intensità della radiazione, perciò, quale che sia la frequenza, se la intensità è abbastanza elevata, dovrebbe sempre manifestarsi l'emissione di elettroni. Invece, comunque si aumenti l'intensità, nessuna emissione ha luogo se non si è superata la soglia fotoelettrica.

Inoltre fra l'istante in cui la radiazione incidente colpisce il metallo e quello in cui l'elettrone fuoriesce dovrebbe passare un certo tempo, il tempo necessario all'elettrone per accumulare energia cinetica sufficiente a farlo uscire. Questo tempo dovrebbe aumentare al diminuire dell'intensità luminosa, fino a diventare così lungo da essere rilevabile sperimentalmente.

L'esperienza mostra invece che l'emissione è istantanea per qualsiasi intensità luminosa, purché la frequenza sia superiore a quella di soglia.

*   *   *

Nel 1905 Einstein, in una memoria intitolata "Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt" ("Su un punto di vista euristico riguardante la generazione e trasformazione della luce"), propose una sua spiegazione dell'effetto fotoelettrico che ora illustreremo.

Il termine "euristico" indica un metodo di studio che non si basa su prove formali della sua esattezza ma favorisce ragionevolmente la ricerca della soluzione di un problema.

Einstein considera una radiazione monocromatica che scambia calore Q a temperatura T con le pareti di un contenitore avente volume V. Indicando con U l'energia della radiazione e con S la sua entropia si può scrivere (v. studio (a))

$$dS = \frac{1}{T} dQ = \frac{1}{T} dU \tag{2}$$

e quindi

$$\frac{\partial S}{\partial U} = \frac{1}{T}$$

Einstein riprende poi la legge della radiazione di Wien (v. la pag. 6 dello studio (a))

$$u_W = a\nu^3 e^{-b\frac{\nu}{T}} \quad ; \quad a = \frac{8\pi h}{c^3} \quad ; \quad b = \frac{h}{k} \tag{3}$$

in buono (anche se non perfetto) accordo, per grandi valori di ν, con le curve sperimentali dello spettro del corpo nero.

Da essa si ricava

$$\frac{1}{T} = -\frac{1}{b\nu} \log \frac{u_W}{a\nu^3}$$

perciò, avendo posto $U = u_W V$, si ha

$$\frac{\partial S}{\partial U} = -\frac{1}{b\nu} \log \frac{U}{aV\nu^3} = -\frac{1}{b\nu} \left\{ \log U - \log(aV\nu^3) \right\}$$

Integrando si ottiene

$$
\begin{aligned}
S &= -\frac{1}{b\nu}\left\{\int_0^U \log z dz - \int_0^U \log(aV\nu^3) dz\right\} \\
&= -\frac{1}{b\nu}\left\{[z\log z - z]_0^U - \left[z\log(aV\nu^3)\right]_0^U\right\} \\
&= -\frac{1}{b\nu}\left\{\big(U\log U - U - 0\big) - \big(U\log(aV\nu^3) - 0\big)\right\} \\
&= -\frac{U}{b\nu}\left\{\log U - 1 - \log(aV\nu^3)\right\}
\end{aligned}
$$

e infine

$$
S = -\frac{U}{b\nu}\left(\log\frac{U}{Va\nu^3} - 1\right) \tag{4}
$$

Ora la variazione di entropia della radiazione quando il contenitore passa da un volume iniziale V_0 a un volume finale V è espressa da

$$
S - S_0 = -\frac{U}{b\nu}\left(\log\frac{U}{Va\nu^3} - \log\frac{U}{V_0 a\nu^3}\right) = -\frac{U}{b\nu}\log\frac{V_0}{V} = \frac{U}{b\nu}\log\frac{V}{V_0}
$$

da cui, ricordando che è $b = h/k$ (v. eq. (3)), segue

$$
S - S_0 = \frac{kU}{h\nu}\log\frac{V}{V_0} \tag{5}
$$

Ciò posto Einstein considera un gas costituito da N molecole chiuse in un recipiente avente volume V_0. La probabilità che le molecole si concentrino in una parte V del volume assegnato è

$$
w = \left(\frac{V}{V_0}\right)^N
$$

Infatti la probabilità che una molecola entri in V è espressa da V/V_0, la probabilità che due molecole entrino in V è $(V/V_0)(V/V_0) = (V/V_0)^2$, ecc. cosicché, per la legge di Boltzmann (v. l'eq. (C31) dell'Appendice C dello studio (b)), la variazione di entropia corrispondente è

$$
S - S_0 = k\log w = k\log\left(\frac{V}{V_0}\right)^N = kN\log\frac{V}{V_0}
$$

essendo k la costante di Boltzmann.
Confrontando con la (5) si può scrivere

$$
kN = \frac{kU}{h\nu}
$$

perciò

$$
U = Nh\nu \tag{6}
$$

Si vede così che una radiazione monocromatica avente frequenza ν ed energia U si comporta, durante l'interazione con l'emettitore e, come se fosse costituita di N "particelle di radiazione" indipendenti e aventi ciascuna energia

$$
\mathsf{E} = h\nu \tag{7}
$$

Einstein osservò che l'effetto fotoelettrico poteva essere interpretato facilmente ammettendo l'esistenza di "particelle di radiazione", chiamate poi *fotoni*, e attribuendo loro, in accordo con l'ipotesi di Planck, l'energia (7).
Infatti un atomo dell'emettitore colpito da un fotone riceve in una sola volta l'energia $h\nu$, e se questa è maggiore del lavoro W_0 necessario ad allontanare un elettrone, l'atomo potrà emettere un elettrone. Quindi l'effetto fotoelettrico può avvenire solo se $h\nu > W_0$, cioè se $\nu > W_0/h$. Se allora interpretiamo W_0 come $h\nu_0$ e se pensiamo che l'energia cinetica $\mathcal{T}$ dell'elettrone uscente sia quella ricevuta $h\nu$ meno quella W_0 spesa per uscire, si ottiene immediatamente la (1).
Infine, per ciò che riguarda il punto c), basta pensare che variando l'intensità della radiazione si varia il numero dei fotoni emessi per unità di tempo, ma non l'energia di ciascun fotone, perciò l'emissione avviene per qualsiasi intensità luminosa.

* * *

Conviene, a questo punto, verificare se l'ipotesi dell'esistenza dei fotoni, che è completamente nuova nel panorama della Fisica, si accorda con quanto già sappiamo sulla Meccanica delle molecole di un gas.
Ad esempio, abbiamo visto nell'Appendice A dello studio (b) che la pressione esercitata da N molecole di un gas aventi massa m_0 sulle pareti di un recipiente di volume V che le contiene è espressa dalla (A9) dello studio citato che qui riscriviamo:

$$P = \frac{1}{3}\frac{N}{V} m_0 \bar{\mathcal{U}}^2 \tag{8}$$

dove $\bar{\mathcal{U}}^2$ è il quadrato della velocità media quadratica $\sqrt{\bar{\mathcal{U}}^2}$ delle molecole.
Ora se il "gas" che intendiamo considerare è composto di fotoni contenuti in un recipiente di volume V e con pareti interne riflettenti, potremo calcolare la pressione dei fotoni sulle pareti in modo analogo?
Osserviamo innanzitutto che i fotoni sono particelle che si muovono alla velocità della luce e perciò sono necessariamente dotati di massa a riposo nulla. Dunque dobbiamo porre $m_0 = 0$ nella espressione relativistica dell'energia di una particella

$$\mathsf{E} = c\sqrt{m_0^2 c^2 + P^2}$$

ottenendo così

$$\mathsf{E} = cP$$

e quindi il momento di un fotone avente energia E è espresso da

$$P = \frac{\mathsf{E}}{c} = \frac{h\nu}{c} \tag{9}$$

Ciò posto, seguiamo passo passo il ragionamento dell'Appendice A dello studio (b).
Nell'urto contro la parete del recipiente il momento di ogni fotone varia di $\triangle P = 2\frac{\mathsf{E}}{c}\cos\theta$ perciò, indicando con $N_\nu d\nu$ i fotoni aventi frequenza compresa fra ν e $\nu + d\nu$, si può scrivere (v. l'eq. (A5) dell'Appendice A dello studio (b))

$$d\triangle P_\nu = \frac{N_\nu}{V} d\nu \frac{\sin\theta dr d\theta d\varphi \triangle\sigma \cos\theta}{4\pi} 2\frac{\mathsf{E}_\nu}{c}\cos\theta$$

Integriamo:

$$\begin{aligned}\triangle P_\nu &= \frac{N_\nu d\nu}{4\pi V} 2\frac{\mathsf{E}_\nu}{c}\triangle\sigma \int_0^{c\triangle t} dr \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} \cos^2\theta \sin\theta d\theta \\ &= \frac{1}{3}\frac{N_\nu}{V}\frac{\mathsf{E}_\nu}{c} c\triangle t\triangle\sigma d\nu \\ &= \frac{1}{3}\frac{N_\nu}{V} h\nu\triangle t\triangle\sigma d\nu\end{aligned}$$

perciò la pressione esercitata sulle pareti del recipiente dai fotoni aventi frequenza compresa fra ν e $\nu + d\nu$ è espressa da

$$p_\nu = \frac{\triangle P_\nu/\triangle t}{\triangle\sigma} = \frac{1}{3}\frac{N_\nu h\nu}{V} d\nu = \frac{1}{3} u_\nu d\nu$$

Sommando su tutte le frequenze si ottiene infine

$$p = \frac{1}{3} u \tag{10}$$

coincidente con l'equazione (A3) dell'Appendice A dello studio "Lo spettro del corpo nero: determinazione sperimentale", equazione che avevamo dedotto da considerazioni basate sul concetto di campo elettromagnetico, che è un'entità continua del tutto diversa dal concetto discreto di "gas di fotoni".